



L'intelligence en physique

PIERRE-GILLES DE GENNES

Comment devenir un bon physicien? Chaque nouveau problème apporte son lot de difficultés. Le physicien théoricien a besoin d'intuition et de chance pour naviguer entre le Charybde du formalisme excessif et le Scylla de l'expérimental inextricable.

La préoccupation centrale est la recherche de modèles simples qui décrivent les phénomènes. Attention : le modèle utile n'est pas nécessairement unique. Ainsi, dans les années 1950 s'est posée la question du comportement des noyaux atomiques dans un champ magnétique. Le groupe d'Edward Purcell, à l'Université de l'Illinois, a tout fondé sur les niveaux d'énergie du proton dans un champ magnétique : leur position, leur largeur, etc. À l'Université Stanford, Felix Bloch procéda très différemment : il assimila le spin (ou moment magnétique) des atomes à un petit gyroscope soumis à des couples qui le faisaient précesser (la précession d'une toupie est la rotation de son axe de rotation) et retrouva les résultats de Purcell. Toutefois son modèle lui donnait beaucoup plus : il décrivait les mécanismes transitoires, qui ont ensuite été utilisés pour la mise au point des techniques de résonance magnétique nucléaire. Au total, deux modèles très différents d'une même réalité.

L'étude des polymères nous a montré, aussi, que le bon choix des modèles est parfois conjoncturel. Les polymères sont composés de très longues molécules ; un matériau composé de polymères à l'état fondu, ressemble à un plat de spaghettis enchevêtrés. Comment calculer son comportement? Samuel Edwards, à l'Université de Cambridge, avait remarqué que les polymères faisaient des nœuds, et il avait utilisé la théorie mathématique des nœuds pour déterminer les propriétés physiques des polymères fondus. Bien qu'intéressante, cette approche fut peu féconde.

Plus tard est apparue une description différente, qui considère que chaque chaîne est un serpent qui ondule dans un tube étroit, autour de sa position initiale ; c'est la théorie de la reptation. On comprend aujourd'hui que la description en termes de nœuds était limitée pour plusieurs raisons : premièrement le problème

de la classification des nœuds est un problème mathématiquement inachevé ; deuxièmement les nœuds mathématiques exigent des fils infiniment longs ou refermés sur eux-mêmes, contrairement aux molécules de polymères, qui sont de longueur finie ; enfin c'est la façon de défaire les nœuds qui détermine la dynamique des matériaux polymères.

Au total, le physicien passe une bonne partie de son temps à tester des représentations. Il fait souvent de mauvais choix, mais, parfois, ceux-ci lui donnent des idées pour progresser : on modélise avec les bonnes idées, mais les brouillons sont utiles.

Dans la physique que je rencontre, les idées viennent rarement comme des éclairs divins. Les nuits de Pascal sont exceptionnelles, et les maturations sont lentes. Voici un exemple : la description des solutions de polymères au contact d'une surface solide. Ce problème est important, car les solutions de polymères contenant des particules solides sont omniprésentes : le blanc d'œuf est une solution de polymères ; un pot de peinture contient des pigments et des polymères.

Les physico-chimistes avaient lentement déterminé les particularités de l'absorption des polymères sur les surfaces, et les physiciens théoriciens avaient modélisé l'ensemble des données. Toutefois il fallut encore dix ans de réflexion pour qu'apparaisse le modèle qui éclaire vraiment le problème : on assimile le polymère à une grille dont la maille est de plus en plus serrée quand on se rapproche de la surface. Ce modèle permet l'explication quantitative d'une foule de phénomènes. Il a permis d'obtenir une vision simple. Nous avons eu de la chance.

Le formalisme est parfois un danger (aggravé par l'informatique) : il permet de décrire les phénomènes dans trop de détails, au détriment de la compréhension profonde. Le physicien doit ignorer certains détails. Dans le cas des polymères au contact des surfaces, par exemple, on cherche une représentation qui ne fasse pas intervenir les particularités chimiques des molécules de polymère et des surfaces ; on regarde seulement les formes globales. En revanche, si l'on veut cor-

rectement résoudre le problème technique de recouvrir une surface solide d'une couche de polymères isolants, par exemple, on devra se préoccuper de la structure tridimensionnelle des chaînes et de leurs liaisons éventuelles avec les molécules de la paroi : ces propriétés dépendront de la constitution chimique précise des chaînes.

Je tiens à insister sur le travail à effectuer : le physicien ne se contente pas de rêver à une solution jusqu'à ce qu'elle vienne. Pour obtenir une description simple des phénomènes physiques, il doit avoir une solide culture : celle-ci s'acquiert lentement, laborieusement. Bloch, par exemple, n'a comparé le spin atomique à un gyroscope que grâce à sa connaissance fine de la mécanique quantique et, notamment, du travail de Julian Schwinger, de l'Université Harvard. On ne trouve pas de bonne analogie quand on n'est pas guidé par des mathématiques puissantes.

C'est notamment pour cette raison que je recommande souvent aux étudiants français d'utiliser le cours de Lev Landau, assez mathématique, plutôt que le cours de Richard Feynman. Ce dernier est plus profond que le texte de Landau, mais il s'adresse à des personnes qui ont déjà assimilé le formalisme.

Peut-on devenir « intelligent » ? Il ne s'agit pas d'être malin : la rapidité d'esprit à la française, la « pointe » de Cyrano de Bergerac, me semble nuire à nos étudiants, qui oublient alors parfois de creuser les sujets. Je crois beaucoup à l'échange d'idées, mais cet échange ne doit pas se transformer en duel intellectuel ; il n'est fructueux que s'il est une invitation à une réflexion ultérieure. Personnellement, je dois beaucoup à Feynman que je n'ai jamais rencontré, mais dont j'ai lu très tôt deux articles sur la superfluidité de l'hélium. Ces articles qui contenaient peu d'équations, m'ont plus appris, par leur style, que des années d'étude. Les enseignants ne devraient-ils pas faire lire des articles de ce genre à tous les étudiants ?

Ce serait en tout cas une contribution à l'élaboration de cette culture. L'inculture est redoutable : il est naïf de croire que n'importe qui peut trouver

de bons modèles physiques sans un entraînement patient.

Inversement l'excès de culture paralyse, tout comme l'excès d'informations! Quand notre groupe s'est intéressé aux polymères, l'information était pléthorique : les physiciens et les chimistes faisaient une multitude d'expériences, de résonance magnétique nucléaire ou de spectroscopie infrarouge, par exemple, qui donnaient des informations excessivement détaillées. Les théoriciens étaient égarés : ils accumulaient les effets physiques simultanés et les paramètres ajustables, de sorte que les modèles qu'ils élaboraient étaient nécessairement obscurs.

Pour simplifier, nous avons décanté l'information, avant d'identifier les données qui ont conduit à des modèles clairs. Je crains fort que l'usage du réseau *Internet* ne crée ainsi un excès d'informations, dont on devra se dégager avant d'identifier les données utiles.

Landau lui-même a souffert d'un excès de culture, à propos de l'antiferromagnétisme. On avait d'abord compris le ferromagnétisme : c'est une situation où les aimantations des atomes voisins tendent à se mettre parallèles. Puis les physiciens s'intéressèrent à d'autres matériaux, qui présentaient des caractéristiques magnétiques inhabituelles. Louis Néel et Landau se sont alors demandé théoriquement quels effets on obtiendrait si les aimantations des atomes voisins préféreraient être antiparallèles, c'est-à-dire dans la même direction, mais de sens opposés. Néel a correctement prévu les effets possibles d'une telle situation : ses descrip-

tions ont expliqué nombre d'observations. Landau, également, avait eu cette idée du couplage antiparallèle, mais il était trop savant : connaissant bien le problème quantique à deux moments magnétiques (qui est un peu pathologique), il pensa que le couplage antiparallèle ne pouvait conduire à une phase ordonnée... et il manqua la théorie de l'antiferromagnétisme. Méfions-nous des *a priori* théoriques.

Quelle doit être la place respective des physiciens théoriciens et des expérimentateurs? Parfois la théorie guide l'expérimentation : ce fut le cas pour la théorie de la superfluidité, qui suscita beaucoup d'expériences dès le début de son développement. En revanche, la théorie risque toujours de se figer : après l'explication de la supraconduction par John Bardeen, Léon Cooper et John Schrieffer, les physiciens théoriciens ont cru le sujet achevé... et ils n'ont pas prévu l'existence des oxydes supraconducteurs à haute température critique!

Pour en revenir au rôle des théoriciens, je les vois comme des catalyseurs. Leur proportion n'est pas nécessairement importante, dans les équipes, mais ils jouent un rôle important de «pollinisation» quand ils visitent beaucoup de laboratoires.

Les grandes lignes d'une forme d'aptitude à la physique ayant été ainsi considérées, quelles qualités sont-elles utiles? Certaines qualités spécifiques sont un atout : par exemple, en France, deux chercheurs, Jacques Friedel et Yves Bouligand, sont doués d'une

exceptionnelle vision dans l'espace : elle a considérablement facilité la recherche sur les défauts dans les cristaux liquides.

D'autre part, les physiciens théoriciens ont intérêt à suivre couramment le catalogue des nouveaux outils théoriques ; et à évaluer leurs potentialités pour leur recherche personnelle.

Il y a aussi une gymnastique matinale utile à tous : c'est la détermination d'ordres de grandeur, qui permet au physicien de s'assurer qu'il perçoit bien le problème qu'il étudie. C'est un garde-fou, qui évite de croire prépondérants des phénomènes de deuxième ordre. On peut s'amuser à chercher des ordres de grandeur à propos de n'importe quoi. On utilise un stylo en matière plastique : quelle est la production annuelle de plastique en France? On joue du piano : peut-on estimer le nombre d'accordeurs de piano à Paris (c'est un problème que le physicien Enrico Fermi posait, jadis)? On disperse dix tonnes d'atomes radioactifs sur l'Europe occidentale, à partir de Tchernobyl : combien de molécules chimiques ou biologiques seront détruites par mètre carré? Le jeu des ordres de grandeur n'est pas suffisant, pour faire un bon physicien, mais il est sans doute nécessaire.

Pierre-Gilles de GENNES est professeur au Collège de France et directeur de l'École de physique et de chimie industrielles de Paris.



L'intelligence du chimiste

JEAN-MARIE LEHN

L'intelligence du chimiste? La difficulté de cette question est aggravée par la diversité de la chimie : un chimiste qui cherche à synthétiser des molécules organiques ne met pas en œuvre les mêmes talents qu'un spécialiste d'analyse, par exemple. Toutefois la chimie fait appel à trois types d'intelligence.

Tout d'abord, une faculté «conceptuelle» qui permet de dégager une règle, une caractéristique générale, d'un ensemble souvent touffu de faits expérimentaux. La grippe se manifeste diffé-

remment chez les divers individus, mais c'est toujours la grippe ; de même, un groupe fonctionnel, tel le groupe thiol -SH, a des propriétés différentes selon la nature exacte de la molécule qui le contient, mais tous les groupes thiols ont une réactivité commune. Savoir identifier ces propriétés communes ou savoir dégager des règles qui expliquent le mécanisme des réactions, dans la forêt des faits expérimentaux : voilà une capacité que le chimiste gagne à acquérir.

La deuxième faculté importante est l'observation : un bon chimiste doit savoir

observer, ne pas passer à côté de détails qui peuvent se révéler importants, être attentif et ne pas rejeter l'inattendu par lequel les faits veulent en quelque sorte nous dire quelque chose.

Enfin, le chimiste doit être capable de percevoir l'organisation, l'organisation spatiale d'abord – c'est une évidence, car les molécules sont des constructions dans l'espace – et aussi l'organisation logique : la logique des séquences réactionnelles. Une synthèse est une longue séquence de réactions dans laquelle la stratégie est importante ; il faut savoir se représenter

l'ensemble, élaborer des voies d'approche originales et conserver l'idée du but final.

Examinons plus en détail ces trois formes d'intelligence.

La capacité de voir dans l'espace, évoquée en dernier, est celle qui doit sans doute être acquise en premier : les molécules étant des assemblages d'atomes, leurs propriétés résultent de la disposition des atomes et du maillage des liaisons chimiques. Cette perception, importante en chimie moléculaire, s'impose plus encore quand on se préoccupe de chimie supramoléculaire, c'est-à-dire d'assemblages complexes de molécules qui s'assortissent de propriétés d'un genre nouveau. Elle est également fondamentale en biochimie, en physico-chimie des matériaux, etc.

Comment se familiariser avec l'agencement des atomes dans les molécules ou, plus généralement, des objets dans l'espace? Les chimistes ont peut-être intérêt à apprendre le dessin ou la peinture, et des notions de perspective leur sont certainement utiles. Naguère, les ingénieurs bénéficiaient de cours de dessin industriel, mais cet enseignement a été progressivement éliminé ; il est absent des enseignements universitaires en sciences exactes. C'est sans doute regrettable.

Naturellement l'esprit peut être soutenu par la matière : les modèles de molécules que l'on réalise à l'aide de boules et de tiges en bois ou en plastique, représentant atomes et liaisons, sont utilisés depuis longtemps ; ils sont aujourd'hui remplacés par des programmes de modélisation moléculaire, mais le but n'a pas changé. La conviction de l'importance de la vision dans l'espace nous a même poussé à créer un jeu qui tient à la fois du *Monopoly* et du *Lego* : au lieu d'acheter des rues, des maisons et des hôtels, les joueurs collectionnent des atomes qui leur servent à construire des modèles de molécules dont ils découvrent les propriétés. Nous espérons ainsi donner aux joueurs – enfants et adultes – une idée des architectures moléculaires. Les pythagoriciens avaient écrit devant la porte du Lycée : «Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre». Les laboratoires de chimie pourraient reprendre la devise.

Le chimiste gagne également à posséder l'esprit de finesse, le sens de la beauté d'une molécule, de l'élégance d'une stratégie de synthèse. Cette perception de l'élégance, éminemment subjective, permet d'innover : pour faire progresser la science, il faut avoir l'idée de mettre ensemble des choses qui ne l'étaient habituellement pas, de voir des relations nouvelles. De nombreux enfants ont naturellement cet esprit, quand ils jouent : en chimie comme

dans le jeu, la part de l'inventivité est très importante.

D'ailleurs la chimie est aussi un jeu : celui de la fabrication de molécules ayant une géométrie et une réactivité données. Pour acquérir cette sensibilité à la forme, j'encourage les jeunes à s'arrêter devant les formes, à les admirer, à les analyser. Pourquoi pas, même, à faire de la sculpture ou de la poterie? Le physico-chimiste britannique Michael Faraday n'a-t-il pas, toute sa vie, déclaré qu'il devait à son apprentissage de relieur la capacité de mettre au point les équipements expérimentaux? Avec les travaux manuels, on se donne le loisir de tester, de démonter, de percevoir la résistance et la flexibilité des objets. Et cette perception aide le chimiste, qui se mesure à la matière moléculaire, également malléable et transformable.

Toutefois la chimie n'est pas une collection de papillons : les molécules ne sont pas des objets morts, épinglés dans des catalogues. Elles intéressent surtout par leurs capacités à réagir et à se transformer. La compréhension intime des transformations est importante. Je suis venu à la chimie parce que j'étais impressionné de voir que deux molécules *A* et *B*, réunies, engendraient parfois une troisième molécule *C*, qui n'était pas simplement un mélange de *A* et de *B*. Le chimiste a un sentiment de puissance, prométhéen, qu'il enrichit par le raisonnement. La prévision du résultat d'une certaine réaction chimique et l'invention de nouvelles réactions sont des activités majeures de la chimie, et cela commence par une meilleure compréhension des mécanismes intimes par lesquels ces transformations se font. Devrait-on au fronton des laboratoires, à côté de la première devise, inscrire aussi : «Ici, on transforme la matière?»

Toute mise en contact de molécules amène à se poser la question : qu'obtiendra-t-on lors de la réaction chimique entre les réactifs? Cette chimie mécanistique est intellectuellement passionnante : on applique l'arsenal des connaissances sur les réactifs, leur réactivité, le milieu, les paramètres thermodynamiques... et l'on essaie de prédire les réactions. Parfois, la réaction est conforme aux prévisions, souvent elle ne l'est pas. L'objectif du chimiste est évidemment d'acquérir la capacité de prédire le résultat de la réaction chimique. Quand on a le sentiment qu'une réaction est possible, mais qu'on manque de données pour en être certain, on effectue réellement la réaction et l'on en analyse le résultat : le chimiste doit être aventureux!

La seule connaissance des réactions individuelles ne fait pas un chimiste d'envergure. Comment apprendre à déce-

ler des combinaisons nouvelles? Il y a quelques décennies, le sociologue strasbourgeois Abraham Moles s'était posé ce problème général et il proposait, dans son livre *La création scientifique*, l'usage de tableaux qu'il nommait «matrices d'invention». Dmitri Mendeleïev, quand il créa son *Tableau périodique*, disposa les éléments en un tableau, ce qui le conduisit à prédire l'existence d'éléments chimiques qui étaient encore inconnus. De tels tableaux sont utiles, parce qu'ils permettent une étude systématique. Face à une molécule nouvelle, comment dépister des propriétés nouvelles? Le chimiste étudie cette question en répondant à des questions du type : «Que se passerait-il si je changeais tel ou tel groupe de la molécule?». La rigueur donnée par les matrices d'invention, ou par un autre moyen de ce type, permet une exploration complète des propriétés chimiques.

J'ai l'impression que la philosophie, et non seulement le travail épistémologique de Moles, peut être directement utile au scientifique, dans sa réflexion sur ses recherches : les philosophes essaient de formuler une conception générale du monde. Il me semble que c'est mon intérêt pour les théories de la connaissance qui m'a finalement conduit à me demander, vers 1965-1966, comment un chimiste pourrait contribuer à l'étude du fonctionnement du système nerveux, support de la pensée. Je me suis alors intéressé au transport d'ions à travers les membranes cellulaires, un phénomène qui intervient dans l'influx nerveux, et, en conséquence, à me poser la question de la distinction des ions sodium et des ions potassium, dont les flux participent à la propagation des signaux nerveux. Ces ions étant sphériques, le problème est devenu celui de reconnaître une sphère dans un ensemble de sphères. Sa généralisation a tout naturellement conduit à l'idée de reconnaissance moléculaire.

Toutefois, la reconnaissance résulte d'interactions, en chimie comme ailleurs, et l'on aboutit ainsi au niveau supramoléculaire. Et tout s'enchaîne : s'il y a reconnaissance, il doit y avoir une information présente dans les molécules. La chimie supramoléculaire devient en quelque sorte une façon de mettre en œuvre cette information. Son apport majeur à la chimie est sans doute cette notion d'information portée par la structure moléculaire et traitée au niveau supramoléculaire.

L'étape suivante s'imposait : si l'on sait faire des objets qui se reconnaissent, pourrait-on concevoir des systèmes qui s'auto-organisent en architectures complexes sur la base des informations

qu'ils contiennent? On en arrive aux problèmes de l'organisation de la matière et de son évolution vers une complexité croissante, matière divisée, condensée, organisée, matière vivante, matière pensante. Un vaste programme !

Mes conseils pratiques à un jeune chimiste? Apprends pour comprendre bien sûr, mais, surtout, garde un contact direct avec la matière, fais des expériences pour cultiver cette faculté de transformer la matière. Toutefois, ne reste pas

le nez collé à la paillasse, car ce métier de chimiste est aussi plein de grandes idées. Regarde autour de toi les grandes questions et traduis-les dans ton langage de chimiste. S'il y a un risque de te laisser griser par des idées générales, la paillasse te ramènera au concret, à la réalisation qui laisse sa marque dans la matière. La chimie aide à suivre le précepte de San Antonio : « Dans la vie, il faut choisir, mon prince, s'écouter parler ou se faire entendre ». Sois donc fier

de ce que tu fais, de ce pouvoir sur la matière que te donne la chimie, de cette capacité qu'elle a de créer molécules nouvelles et matériaux nouveaux, qui relève d'une faculté créatrice, semblable à celle de l'art.

Jean-Marie LEHN est professeur au Collège de France et directeur du Laboratoire de chimie supramoléculaire ISIS – ULP-CNRS ESA-7006, à Strasbourg.



L'intelligence en mathématique

ALAIN CONNES

J'éprouve une certaine réticence à parler d'intelligence, car j'ai toujours considéré les mathématiques comme une école quotidienne d'humilité. Je me méfie lorsqu'un mathématicien se vante de ses succès sans mentionner ses échecs. En revanche, je saisis volontiers l'occasion de parler de mathématiques et de la difficulté qu'il y a à décrire de l'extérieur l'activité du mathématicien : l'employée de maison d'un mathématicien célèbre, interrogée sur l'activité de celui-ci, répondit qu'il passait son temps, dans son bureau, à écrire sur des bouts de papier qu'il jetait ensuite consciencieusement à la poubelle. L'activité du mathématicien pose ainsi un problème spécifique qui a trait à la nature de la réalité mathématique.

Si toute science ne se réduit pas à son objet, le physicien, le chimiste, le géologue ou l'astronome savent quel est l'objet de leur travail : à diverses échelles, ils étudient la structure et l'organisation de la matière. L'existence d'un monde matériel extérieur est un *a priori* simple, qui n'est remis en cause qu'en mécanique quantique. La distinction entre invention et découverte est également claire : on invente des outils nouveaux d'exploration, tel le microscope à effet tunnel ; on découvre des structures, telle la double hélice de l'ADN.

En mathématiques, le problème est différent : l'évidence des considérations précédentes fait place à une interrogation philosophique légitime devant la difficulté qu'il y a, pour un mathématicien, à spécifier, devant un matérialiste pur et

dur, la nature de la réalité mathématique et du travail de mathématicien. Pour situer le problème, il convient d'opposer, d'une part, les « platoniciens », qui se considèrent comme les explorateurs d'un « monde mathématique » dont l'existence ne fait pour eux aucun doute et dont ils découvrent la structure et, d'autre part, les « formalistes » qui se retranchent derrière une attitude sceptique, les mathématiques n'étant pour eux qu'une suite de déductions logiques dans un système formel, une sorte de langage purifié.

Pour le non-mathématicien, les mathématiques apparaissent trop souvent comme un jeu sans autre objet que celui d'aiguiser l'acuité intellectuelle ; elles sont généralement rencontrées et utilisées comme un langage. Le chimiste ou le biologiste, par exemple, doivent parfois utiliser le langage mathématique pour préciser leur pensée. Cette utilisation du langage mathématique, avec l'intérêt génératif et déductif qui est propre à tout langage, donne au scientifique non mathématicien l'impression de comprendre le sens des mathématiques, en même temps qu'elle fait croire que les mathématiques se réduisent à un langage. Ce point de vue est cohérent avec celui des formalistes, qui a donc *a priori* la sympathie du scientifique non mathématicien.

Les mathématiciens ont deux sources vigoureuses d'expérimentation et d'information directes : l'espace physique, source de la géométrie, et les entiers naturels, source de la théorie des nombres. Un nombre entier est premier, tel 1997,

s'il n'a pas d'autre diviseur que 1 et lui-même. Une expérimentation simple avec les nombres, par exemple compris entre 1 et 100 ou entre 1 et 1 000, montre que la liste des nombres premiers semble continuer indéfiniment. Une exploration plus poussée, à l'aide d'un ordinateur, n'infirmes pas cette impression, mais ne peut en rien la prouver, puisque la vérification d'un tel énoncé nécessiterait une infinité de calculs (c'est ce que l'on appelle un énoncé de type universel).

Le travail du mathématicien consiste à remplacer la constatation expérimentale par une preuve. Pour les nombres premiers, ce travail remonte à Euclide. Que dit le résultat? Qu'à toute personne qui prétendra avoir trouvé le plus grand de tous les nombres premiers, disons $2^{132\,049} - 1$, on pourra rétorquer « vous vous trompez » et expliquer une méthode par laquelle on trouvera un nombre premier plus grand. On se heurte ainsi à une réalité, tout aussi contraignante que la réalité extérieure familière ; dit autrement, peu importe le temps que nous laisserions à quelqu'un pour trouver le plus grand nombre premier, nous savons l'entreprise vouée à l'échec.

En démontrant qu'il n'existe pas de plus grand nombre premier, le mathématicien réussit à dévoiler un aspect – ici, l'infinité des nombres premiers – d'une réalité tout aussi mystérieuse et *a priori* incohérente que la réalité qui nous entoure. S'il veut entrevoir comment cette infinité de nombres premiers est répartie parmi les nombres entiers, l'expérimentation peut être largement aussi déroutante que n'importe quelle exploration du monde

extérieur. Par exemple, 1999 est également un nombre premier, de sorte que 1997 et 1999 sont des nombres premiers jumeaux ; existe-t-il une infinité de nombres premiers jumeaux ? On l'ignore. D'autre part, la réalité mathématique a la même « extraordinaire intelligibilité » que la réalité extérieure et, pour ne prendre qu'un exemple, la célèbre conjecture du mathématicien allemand Bernhard Riemann (1826-1866) sur les zéros de la fonction zêta (toujours non démontrée) signifie qu'avec une erreur de l'ordre de la racine carrée de n multipliée par le nombre de chiffres de n , le nombre de nombres premiers inférieurs à n est donné par une fonction nommée logarithme intégral $Li(n)$.

L'essence du travail mathématique est l'élaboration des concepts et des outils qui, éventuellement, rendent accessible la solution de quelques problèmes fondamentaux. En un sens, le mathématicien essaie de percevoir et de comprendre la réalité mathématique primitive, brute, non structurée *a priori*. Que cette réalité ne soit pas localisable dans l'espace-temps a peu d'importance ; elle n'en est pas moins accessible, ne serait-ce qu'expérimentalement, grâce à l'ordinateur. Les mathématiciens donnent ainsi un accès direct, d'emblée, par la pensée pure, à une entité sans limite. Un ami me racontait sa surprise lorsqu'un jour, pendant les grandes vacances, son fils âgé de cinq ans vint le trouver après avoir passé une heure sur la plage avec cet air soufureux caractéristique de la réflexion intense, et lui dit : « Papa, il n'y a pas de plus grand nombre... »

Je pense que l'acte créateur, en mathématiques, s'effectue par le langage, lors du découpage conceptuel de la réalité mathématique. Pour créer des mathématiques, on doit ainsi faire la distinction entre, d'une part, une réalité mathématique brute, initialement étiquetée de manière inductive avec une large part d'arbitraire, telle que les entiers dans le système décimal, et, d'autre part, le système formel, de nature axiomatique déductive, que le cerveau humain met au point pour percevoir et appréhender cette réalité mathématique brute.

Un fait empirique de l'arithmétique a bien peu de chances d'être compris s'il ne se formule pas de manière naturelle et esthétique dans le langage du système formel du mathématicien. Ainsi le problème de Fermat n'est devenu réellement accessible qu'à la fin des années 1980, grâce à la théorie des courbes elliptiques. Même quand une formulation conceptuelle a été trouvée, comme pour l'hypothèse de Riemann, le problème peut rester trop difficile, mais le mathématicien a au moins la possibilité de considérer un problème analogue, transplanté en quelque sorte dans une situation

voisine plus simple. La résolution du problème analogue éclaire bien souvent le cas initial et permet d'avancer vers sa solution.

En conclusion, examinons en quel sens les travaux de Kurt Gödel ont mis un point final à la tentation réductionniste des formalistes, et comment ils permettent de distinguer la réalité mathématique primitive du système de perception que le cerveau humain élabore pour comprendre et explorer cette réalité. Les formalistes pensent que les mathématiques sont uniquement des constructions hypothético-déductives, élaborées par l'homme, et dont le trait essentiel est d'être exemptes de contradictions. Ce point de vue a été systématisé par le mathématicien David Hilbert, qui voulait définir clairement et sans ambiguïté ce qu'est une démonstration mathématique. Hilbert a ainsi introduit la notion de système formel. Un tel système est donné par un alphabet fini, une grammaire qui spécifie ce qu'est un énoncé cohérent, un nombre fini de propositions supposées vraies, ou axiomes, et des règles d'inférence logique qui permettent de procéder à des déductions.

Les mathématiciens espéraient réduire les mathématiques à un tel langage formel. Si ce rêve avait abouti, le point de vue exprimé par les formalistes aurait été parfaitement justifié et il aurait été tentant de réduire les mathématiques à un langage. Les travaux de Gödel, aux environs de 1930, ont donné une réponse négative et définitive à ces espoirs de formalisation. On mentionne souvent l'« indécidabilité » démontrée par Gödel (on ne pourra jamais savoir si certains énoncés sont vrais ou faux), mais l'énoncé le plus fort et le plus troublant pour les formalistes est bien le suivant : « Pour tout système déductif formel S non contradictoire, il existe un énoncé vrai portant sur l'arithmétique des entiers naturels, et qui est indémontrable dans S ».

Il peut surprendre, au premier abord, qu'un énoncé arithmétique puisse être vrai sans être démontrable. En l'occurrence, il s'agit d'un énoncé universel, c'est-à-dire de la forme « Pour tout entier n , une certaine propriété $P(n)$ est satisfaite ». Si l'on démontre un tel énoncé, sa véracité en découle, mais il peut très bien être vrai, au sens où, pour toute valeur de n , on a $P(n)$, sans pour autant que $P(n)$ soit démontrable !

Ainsi un système déductif formel, c'est-à-dire l'outil projectif que nous mettons au point grâce à notre cerveau pour percevoir la réalité mathématique, ne peut épuiser même les propriétés des entiers naturels. L'information contenue dans la réalité primitive, brute, des entiers naturels n'est pas de type fini, et elle échappera à toute tentative de réduction aux

déductions d'un langage formel. Ce résultat montre clairement la distinction entre cette réalité mathématique primitive et le système déductif que l'homme élabore pour l'analyser et la comprendre. Il est clair que ce système est une élaboration de notre cerveau, et qu'il a une évolution presque biologique, par sélection et intégration au « corpus culturel » des mathématiques engrangées dans les bibliothèques. Mais si on l'oppose à la réalité mathématique primitive qu'il a pour objet, on y gagne sur le plan conceptuel, en éliminant le côté négatif du théorème de Gödel, et même sur la compréhension de la pratique du mathématicien.

Les mathématiciens ont d'ailleurs, en général, un sens aigu de la distinction qui existe entre (1) mettre au point des outils, (2) soulever un coin du voile qui recouvre la réalité mathématique primitive. Ainsi un outil nouveau n'acquiert vraiment droit à autre chose qu'à une bienveillante méfiance que quand il a été essentiel dans ce que les Anglo-Saxons appellent fort justement un *breakthrough*, un passage en force à travers le voile qui nous aveugle.

Il n'y a pas de recette générale pour réussir une telle avancée ; ce serait trop simple ! L'expérience montre que chaque mathématicien est un cas particulier. Tout au plus peut-on rappeler quelques règles élémentaires : par exemple, on ne doit jamais se précipiter pour lire une démonstration sans d'abord chercher à la trouver par soi-même. Des astuces aident à se concentrer plus facilement, comme de n'interrompre un travail de rédaction qu'au milieu d'une démonstration. On peut aussi donner l'exemple de John Conway (mathématicien de Princeton) qui a programmé son ordinateur pour que ce dernier lui pose chaque matin une question du style : « Quel jour de la semaine est le 21 janvier 1838 ? ». Si J. Conway ne répond pas en moins de 30 secondes, l'ordinateur refuse de s'ouvrir.

Il n'est pas clair que les découvertes récentes sur le fonctionnement du cerveau nous soient plus utiles que les enseignements du petit livre de Jacques Hadamard (que je recommande) sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique. Vouloir réduire la réalité mathématique à des états physiques des neurones du cerveau, c'est un peu vouloir réduire la littérature à des réactions entre molécules d'encre et de papier, et le café reste jusqu'à nouvel ordre la meilleure drogue pour démontrer des théorèmes.

Alain CONNES est professeur à l'Institut des hautes études scientifiques, à Bures-sur-Yvette.



L'intelligence en biologie

JEAN-DIDIER VINCENT

Prétendre, comme je le fais, que l'intelligence est inséparable de l'affect, de la passion, c'est aussi se donner un guide pratique pour l'exercice de la biologie : pour interpréter, comprendre, penser le vivant, vivons et conservons l'idée que le vivant, comme nous, a une histoire.

J'ai la conviction qu'une intelligence purement formelle explorerait mal le vivant, parce que le sens du vivant échappe à une syntaxe intemporelle ; il n'émerge que de l'histoire individuelle des organismes ou de l'histoire évolutive des espèces. Pour révéler les mécanismes du vivant, le biologiste doit sans cesse passer les données au crible de cette double histoire. La nécessité d'interpréter l'histoire individuelle des organismes suffit à justifier la passion que je réclame : les êtres vivants ne se constituent-ils pas par les passions, au sens de la jouissance, du plaisir ou de la souffrance ? Leur histoire n'est-elle pas ainsi toute passion ? Même des phénomènes qui semblent aussi mécaniques que le conditionnement mettent les passions en œuvre : le chien qui salive à l'écoute d'une cloche « sait » qu'il recevra de la nourriture, objet de plaisir. De ce fait, le biologiste qui analyse le vivant gagne à se fonder sur sa propre humanité, à se ramener donc à ses propres passions pour comprendre et interpréter les observations et les expériences qu'il fait.

En ce sens, l'intelligence du biologiste est aussi celle de l'intelligence de sa propre vie, contrairement à celle du mathématicien, du physicien ou du chimiste, qui étudient des objets inafectés. Le biologiste, lui, a une réflexion incarnée, même quand il étudie des bactéries, car derrière la bactérie, il y a toute la vie de la bactérie : son développement, sa croissance, ses mouvements, les fermentations, les maladies qu'elle subit ou qu'elle fait subir, la mort. Certes une particule subatomique a une stabilité limitée, mais elle n'a pas d'histoire : un électron a des caractéristiques immuables tant qu'il est stable.

La vie est une fable. Le vivant est une histoire, qui s'incarne, et l'intelligence du biologiste est à son mieux

quand le biologiste a une relation avec la souffrance ou avec la vie de l'individu. Un médecin qui devient biologiste a des atouts. D'ailleurs, le mot « biologie », né au début du XIX^e siècle, est venu remplacer celui de « physiologie », laquelle traite du rapport de l'être vivant avec la nature. La physiologie et la médecine sont synonymes.

En pratique, comment le biologiste peut-il se colleter efficacement avec la complexité du réel ? Poser cette question montre bien que la biologie est une science à part : en chimie ou en physique, on peut isoler les systèmes, les simplifier, les réduire. En biologie, on n'a pas souvent ce recours : on ne connaît pas de modèle simplifié de micro-organisme, par exemple. Les résultats d'expériences sont notoirement difficiles à interpréter.

En neurobiologie, par exemple, celui qui étudie la mémoire d'animaux dont il lèse le cerveau ne perturbe pas le système qu'il étudie comme le fait le physicien qui change un seul paramètre. Aussi, lors de l'interprétation des résultats, le biologiste doit-il faire un bilan entre ce qui a été supprimé et ce qui a été gagné lors de la suppression. Il ne peut jamais se contenter de simples soustractions ou additions d'effets ; le système étudié est comme une toile d'araignée qui s'agit de toute part quand on la touche en un point.

Pour s'en tirer, on ne peut, j'y reviens, faire abstraction du sens des phénomènes. Je dis bien sens, et non finalité. Sans la passion qui éclaire le sens, la biologie moléculaire risque de devenir une chimie physique qui ne comprend pas les observations qu'elle fait. Pour interpréter des phénomènes biologiques, le biologiste doit reconnaître que l'organisme est le produit d'une interaction avec son milieu ; il doit savoir que le milieu exerce des contraintes sur l'homme comme sur l'animal, sur la plante ou sur le micro-organisme. Si le milieu exerce, par exemple, des contraintes périodiques, l'organisme se sera adapté à cette périodicité ; un biologiste qui étudierait ainsi une libération d'hormones, telle que la prolactine, ne pourra conduire ses expériences et tirer des conclusions perti-

nentes que s'il tient compte du phénomène de la périodicité de la contrainte exercée par le milieu.

De même, un médecin qui veut déclencher une ovulation chez une femme stérile en lui administrant l'hormone *GnRH* (la gonastimuline, libérée par l'hypothalamus, qui stimule l'hypophyse) doit avoir l'intelligence du vivant pour être efficace : d'une part, le terrain doit être préparé (l'ovulation ne peut se faire à n'importe quel moment), et, d'autre part, l'injection doit être accordée sur le rythme de l'organisme, qui est, d'ailleurs, aussi celui du milieu, en raison de la longue adaptation des organismes à leur milieu. L'injection d'une dose massive n'a aucun effet. Le temps fait l'action, et l'on doit avoir l'idée que le cerveau est comme une horloge. Tout le vivant est le produit de l'évolution ; il n'existe pas d'organisme qui ne soit le produit d'une histoire. Au total, le biologiste aura l'intelligence de son objet s'il rapporte les phénomènes à l'aune de la sélection naturelle, s'il donne aux modèles un cadre spatial et temporel.

Comment s'exercer à la biologie ? Comment devenir ce fouineur à l'intelligence globale ? Comment apprendre à intégrer, tel Sherlock Holmes, les indices de l'enquête ? Comment devenir capable d'intégrer ? Les observations précédentes montrent que le biologiste doit apprendre à réunir les fils : le fil chimique tout comme le fil psychologique. Toutefois il doit également vivre, et vivre passionnément, puisque l'analyse des passions sera la clef du monde vivant.

Jeunes biologistes, vivez fort, expérimentez, discutez de vos résultats, faites vivre les expériences, soyez rigoureux lors de leur conduite, mais, ensuite, revivez-les dans le schéma, l'interprétation, le projet... Méfiez-vous de l'enfermement dans le quotidien expérimental. La virtuosité technique est un risque : le biologiste, s'il s'intéresse à l'instrumentation pour elle-même, perd la possibilité de se passionner pour l'objet qui doit être celui de son étude : le vivant.

Jean-Didier VINCENT est professeur à l'Institut universitaire de France et directeur de l'Institut Alfred Fessard (CNRS).
